

PHYSIQUE

Une introduction

• Sous la direction de José-Philippe PÉREZ •

Olivier PUJOL, Christophe LAGOUTE,
Pascal PUECH et Éric ANTERRIEU

**Avec travaux dirigés résolus et
illustrations informatiques**

Table des Matières

AVANT-PROPOS.....	1
-------------------	---

CONSTANTES PHYSIQUES, NOTATIONS ET SYMBOLES.....	3
---	---

Leçon 1

CONSTANTES FONDAMENTALES DE LA PHYSIQUE, UNITÉS ET DIMENSIONS.....	15
--	----

I.1 UNITÉS, DIMENSIONS ET ANALYSE DIMENSIONNELLE.....	16
--	----

I.1.1 Unités des grandeurs physiques	17
--	----

I.1.2 Dimension des grandeurs physiques	18
---	----

a) Premier type d'absurdité	18
-----------------------------------	----

b) Deuxième type d'absurdité.....	20
-----------------------------------	----

c) Troisième type d'absurdité.....	21
------------------------------------	----

I.1.3 Équations aux dimensions	21
--------------------------------------	----

I.1.4 Analyse dimensionnelle	21
------------------------------------	----

I.2 CONSTANTES FONDAMENTALES DE LA PHYSIQUE.....	23
---	----

I.2.1 Constantes fondamentales classiques	23
---	----

I.2.2 Constante de Planck.....	25
--------------------------------	----

a) Définition	25
---------------------	----

b) Constantes physiques dérivées.....	26
---------------------------------------	----

I.2.3 Traitement classique ou traitement quantique	26
---	----

a) Mouvement d'un proton rapide dans un synchrotron	26
--	----

b) Mouvement de l'électron dans l'atome d'hydrogène.....	27
---	----

I.2.4 Cube de la physique	27
---------------------------------	----

I.2.5 Grandeurs de Planck	28
---------------------------------	----

I.2.6 Ordres de grandeurs	29
---------------------------------	----

a) Échelle microscopique.....	29
-------------------------------	----

b) Échelle macroscopique	29
--------------------------------	----

c) Échelle astronomique	29
-------------------------------	----

I.3 LES QUATRE INTERACTIONS FONDAMENTALES.....	30
---	----

I.3.1 Comparaison des interactions fondamentales	30
---	----

I.3.2 Synthèse des interactions fondamentales....	32
---	----

I.4 SIMILITUDE EN PHYSIQUE.....	33
---------------------------------	----

I.4.1 Méthode des similitudes	33
-------------------------------------	----

I.4.2 Exemples en mécanique.....	34
----------------------------------	----

a) Point matériel soumis à une force conservative	34
--	----

b) Champ de gravitation produit par une planète	34
--	----

c) Similitude en dynamique terrestre	34
--	----

I.4.3 Lois d'échelle	35
----------------------------	----

Leçon 2

CIRCUIT RC ET PROBLÈMES ÉQUIVALENTS	41
--	----

II.1 CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN RÉSISTOR.....	42
--	----

II.1.1 Charge du condensateur	42
-------------------------------------	----

a) Équation différentielle d'évolution.....	42
---	----

b) Solutions	43
--------------------	----

II.1.2 Décharge du condensateur	44
---------------------------------------	----

II.1.3 Évolution du courant	45
-----------------------------------	----

a) Charge	45
-----------------	----

b) Décharge	46
-------------------	----

II.1.4 Problème électrique équivalent	46
---	----

II.1.5 Applications	47
a) Réalisation de tensions en dents de scie ...	47
b) Détecteur de crête	47
c) Lissage d'une tension redressée	48
d) Oscillateur de relaxation	49
II.2 CHUTE DES CORPS AVEC FROTTEMENTS VISQUEUX	50
II.2.1 Chute libre dans le vide	50
II.2.2 Chute libre dans un milieu visqueux	50
II.2.3 Applications	53
a) Mesure de la viscosité d'un fluide	53
b) Gouttelettes nuageuses	53
c) Expérience de Millikan	54
II.3 RADIOACTIVITÉ	54
II.3.1 Découverte de la radioactivité	54
II.3.2 Nature du phénomène	55
a) Radioactivité α	55
b) Radioactivité β^-	56
c) Radioactivité γ	56
II.3.3 Caractère aléatoire de la radioactivité	56
II.3.4 Relation entre λ et la demi-vie $T_{1/2}$	57
II.3.5 Activité	57
II.3.6 Justification probabiliste de la loi radioactive	58
II.3.7 Radioactivité artificielle β^+	58
II.3.8 Applications	59
a) Datation au carbone 14	59
b) Traceurs	59
c) Conservation des aliments	60
d) Radioactivité et santé	60
Leçon 3	
OSCILLATEURS HARMONIQUES ET OSCILLATEURS AMORTIS	65
III.1 OSCILLATEURS HARMONIQUES	66
III.1.1 Définition	66
III.1.2 Équation différentielle d'un oscillateur harmonique	66
III.1.3 Exemples	67
a) Pendule élastique	67
b) Oscillateur harmonique en électricité	69
III.2 OSCILLATEURS AMORTIS PAR FROTTEMENT VISQUEUX	70
III.2.1 Équation différentielle du mouvement	70
III.2.2 Nature du mouvement	71
a) Mouvement pseudo-périodique ($Q > 1/2$) ..	72
b) Mouvement apériodique ($Q < 1/2$)	74
c) Mouvement critique ($Q = 1/2$)	75

III.3 OSCILATEURS ÉLECTRIQUES AMORTIS	76
III.3.1 Circuit RLC	76
III.3.2 Analogie mécanique des circuits	76
III.4 ESPACE DES ÉTATS	77
III.4.1 Portrait de phase d'un oscillateur harmonique	77
III.4.2 Portrait de phase d'un oscillateur amorti ..	78
III.5 APPLICATIONS	78
III.5.1 Mesure du champ de pesanteur terrestre ..	79
III.5.2 Fréquence d'oscillation des molécules diatomiques	79
III.5.3 Réalisation d'un oscillateur électrique LC ..	79
III.5.4 Mesure du temps	79
III.5.5 Microscopie à force atomique	80
a) Description	80
b) Pendule élastique équivalent	80

Leçon 4

OSCILLATIONS FORCÉES

ET RÉSONANCE

IV.1 RÉALISATION D'OSCILLATIONS FORCÉES	86
IV.1.1 Pendule élastique	86
IV.1.2 Source de tension sinusoïdale aux bornes d'un dipôle RLC série	87
IV.1.3 Réponse linéaire et résonance	87
IV.2 OSCILLATIONS FORCÉES. RÉSONANCE	88
IV.2.1 Régime transitoire et régime forcé	88
IV.2.2 Élongation de l'oscillateur	88
IV.2.3 Vitesse de l'oscillateur	89
IV.2.4 Admittance généralisée. Résonance	90
a) Admittance généralisée	90
b) Résonance	90
IV.3 AMPLITUDE DE L'EXCITATION CONSTANTE	91
IV.3.1 Impédance mécanique et impédance électrique	91
a) Impédance mécanique	91
b) Impédance électrique du dipôle RLC	92
IV.3.2 Vitesse ou intensité au voisinage de la résonance	93
IV.3.3 Élongation au voisinage de la résonance ..	93
IV.4 APPLICATIONS	95
IV.4.1 Diffusion	95
a) Modèle de l'électron élastiquement lié	95
b) Différents types de diffusion	96

IV.4.2 Capteur d'amplitude	97
a) Étude générale	97
b) Capteur d'excitation	98
c) Accéléromètres. Amortissement de vibrations	98
IV.4.3 Sensibilité à la résonance	98

Leçon 5

FONCTIONS DE TRANSFERT DES SYSTÈMES LINÉAIRES EN ÉLECTRICITÉ DES CIRCUITS 105

V.1 LINÉARITÉ DANS LES CIRCUITS	106
V.1.1 Systèmes linéaires	106
a) Définition	106
b) Caractère fondamental des signaux sinusoïdaux	106
V.1.2 Dipôles électriques linéaires	107
V.1.3 Circuits électriques linéaires	108
V.2 LOIS DES CIRCUITS	108
V.2.1 Régimes de fonctionnement d'un circuit ..	108
a) Régime libre et régime forcé	108
b) Régime stationnaire, régime variable et régime quasi-stationnaire	108
c) Régime transitoire et régime établi	109
d) Régime sinusoïdal forcé établi en ARQS ..	110
V.2.2 Impédance et admittance d'un dipôle	110
a) Définitions	110
b) Impédance d'un résistor	111
c) Impédance d'un condensateur	111
d) Impédance d'une bobine	112
V.2.3 Lois de Kirchhoff en régime stationnaire ..	112
a) Nœud et maille	112
b) Loi des nœuds	113
c) Loi des mailles	113
d) Pont diviseur de tension	114
V.2.4 Lois de Kirchhoff en régime sinusoïdal	114
a) Loi des nœuds	114
b) Loi des mailles	115
c) Exemples	116
V.3 TRANSFERT D'UN SYSTÈME LINÉAIRE	116
V.3.1 Fonction de transfert	116
V.3.2 Diagrammes de Bode	117
a) Gain en tension et déphasage	118
b) Détermination expérimentale	118
V.3.3 Exemple du circuit RC	119
a) Diagramme de Bode	119
b) Représentation asymptotique	120
c) Bande passante à -3 dB	120

V.4 APPLICATION AU FILTRAGE	121
V.4.1 Filtre passif passe-bas du premier ordre ..	121
V.4.2 Filtre passif passe-haut du premier ordre ..	122
V.4.3 Filtre passif passe-bande du deuxième ordre	123
V.4.4 Équation différentielle d'évolution	125
V.5 ASSOCIATION EN CASCADE DE CIRCUITS ÉLECTRIQUES	125
V.5.1 Matrice de transfert	125
V.5.2 Matrices de transfert élémentaires	126
a) Matrice de transfert de Q_t	126
b) Matrice de transfert de Q_t	127
V.5.3 Matrice de transfert d'une association de quadripôles en cascade	127
V.5.4 Application à l'association de deux cellules identiques RC	128

Leçon 6

MOUVEMENT CIRCULAIRE D'UN POINT MATÉRIEL 133

VI.1 MOUVEMENT CIRCULAIRE D'UN PENDULE SIMPLE	134
VI.1.1 Expression de la vitesse et de l'accélération	134
a) Vitesse	134
b) Accélération	135
VI.1.2 Équations du mouvement	135
VI.1.3 Mouvement circulaire uniforme et mouvement sinusoïdal	137
VI.2 DÉRIVÉE D'UN VECTEUR UNITAIRE DANS UN PLAN	138
VI.2.1 Dérivée d'un vecteur unitaire par rapport à l'angle polaire	138
VI.2.2 Vitesse et accélération dans la base cartésienne	138
VI.2.3 Base directe de Frenet	138
VI.2.4 Plan complexe	139
VI.2.5 Mouvement circulaire d'un point et rotation d'un repère	139
VI.3 EXEMPLES DE MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME	141
VI.3.1 Mouvement circulaire uniforme d'un point de la Terre	141
VI.3.2 Satellites de la Terre	141
a) Mouvement plan d'un satellite	142
b) Vitesse de satellisation	142
c) Différents types de satellites artificiels	144
d) Orbite géostationnaire	144
e) Autres types d'orbites circulaires	145
f) Satellites pour l'étude de l'Univers	146

VI.3.3 Particule chargée dans un champ magnétique	146
a) <i>Nature du mouvement</i>	146
b) <i>Application à la spectrométrie magnétique</i>	147
Leçon 7	
ÉNERGIE D'UN POINT MATÉRIEL ET EXTENSIONS	153
VII.1 ÉNERGIE CINÉTIQUE D'UN POINT MATÉRIEL	154
VII.2 PUISSANCE ET TRAVAIL D'UNE FORCE	155
VII.2.1 Puissance	155
a) <i>Définition</i>	155
b) <i>Forces dont la puissance est nulle</i>	156
c) <i>Exemples de calcul de puissance</i>	156
VII.2.2 Travail	157
a) <i>Expression élémentaire</i>	157
b) <i>Travail au cours d'un déplacement fini</i>	158
VII.3 THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE	159
VII.3.1 Énoncé	159
VII.3.2 Application au pendule simple	159
VII.4 ÉNERGIE POTENTIELLE	160
VII.4.1 Définition	160
a) <i>Énergie potentielle associée à une force conservative</i>	160
b) <i>Constante d'énergie potentielle</i>	161
c) <i>Différentielle et gradient de l'énergie potentielle</i>	161
d) <i>Définition opérationnelle de l'énergie potentielle</i>	162
VII.4.2 Exemples d'énergie potentielle	162
a) <i>Énergie potentielle de pesanteur</i>	162
b) <i>Énergie potentielle élastique due à un ressort</i>	163
c) <i>Énergie potentielle newtonienne ou coulombienne</i>	163
d) <i>Énergie potentielle d'une charge dans un champ électrique</i>	164
VII.5 ÉNERGIE MÉCANIQUE D'UN POINT MATÉRIEL	164
VII.5.1 Point matériel soumis uniquement à des forces conservatives	164
VII.5.2 Théorème de l'énergie mécanique	165
VII.5.3 Application à un oscillateur élastique amorti	165
a) <i>Oscillateur en régime libre</i>	165
b) <i>Oscillateur en régime forcé</i>	167
VII.5.4 Application à la discussion qualitative d'un mouvement	169
a) <i>Analyse générale</i>	169
b) <i>Exemple du pendule simple</i>	170
VII.6 EXTENSION DU CONCEPT D'ÉNERGIE EN PHYSIQUE	171
VII.6.1 Énergie mécanique d'un système matériel	171
a) <i>Définition</i>	171
b) <i>Théorème de l'énergie mécanique</i>	172
VII.6.2 Énergie en relativité	172
a) <i>Loi fondamentale de la dynamique einsteinienne</i>	172
b) <i>Énergie de masse</i>	173
c) <i>Relation entre l'énergie d'une particule libre et sa quantité de mouvement</i>	173
d) <i>Théorème de l'énergie en mécanique einsteinienne</i>	174
e) <i>Transformation de masse en énergie cinétique</i>	174
VII.6.3 Énergie dans un circuit électrique	175
VII.6.4 Énergie en thermodynamique	175
a) <i>Énergie totale et énergie interne d'un système</i>	176
b) <i>Température</i>	176
c) <i>Premier principe de la Thermodynamique</i>	176
VII.6.5 Les échanges d'énergie en physique quantique	176
VII.7 ÉNERGIE DANS LA SOCIÉTÉ	177
VII.7.1 Consommation d'énergie par un être vivant	177
VII.7.2 Production et consommation d'énergie	178
a) <i>Énergie massique</i>	178
b) <i>Conséquences</i>	179
c) <i>Énergies renouvelables d'origine solaire</i>	180
Leçon 8	
CHAMPS ET POTENTIELS DE GRAVITATION ET ÉLECTROSTATIQUES	187
VIII.1 INTERACTIONS NEWTONIENNE ET COULOMBIENNE	188
VIII.1.1 L'interaction newtonienne	188
VIII.1.2 L'interaction coulombienne	189
VIII.1.3 Ressemblances	190
a) <i>Action sur les particules élémentaires</i>	190
b) <i>Loi de décroissance avec la distance</i>	190
c) <i>Opposition des actions réciproques</i>	191
VIII.1.4 Différences	191
a) <i>Égalité de la masse inerte et de la masse grave</i>	191
b) <i>Caractère attractif ou répulsif</i>	191

c) Comparaison des forces électrique et de gravitation.....	191	e) Protons dans un collisionneur.....	207
VIII.1.5 Notion de champ.....	192		
VIII.2 CHAMP ET POTENTIEL DE GRAVITATION.....	193	Leçon 9	
VIII.2.1 Champ de gravitation.....	193	ONDES : FONDEMENTS ET EFFET DOPPLER-FIZEAU.....	213
a) Expression.....	193	IX.1 EXEMPLES D'ONDES.....	214
b) Champ de gravitation produit par un point matériel.....	193	IX.1.1 Transport de l'information.....	214
c) Lignes de champ gravitationnel.....	194	IX.1.2 Ondes transversales le long d'une corde..	214
VIII.2.2 Potentiel de gravitation.....	194	a) Onde progressive.....	214
a) Énergie potentielle de gravitation.....	194	b) Onde régressive.....	216
b) Potentiel de gravitation.....	195	IX.1.3 Ondes sonores.....	216
c) Potentiel de gravitation produit par un point matériel.....	195	a) Milieu de propagation.....	216
VIII.2.3 Relations entre champ et potentiel de gravitation.....	195	b) Célérité du son.....	217
a) Relation intégrale.....	195	IX.2 ÉQUATION DE PROPAGATION DES ONDES.....	217
b) Relation locale.....	196	IX.2.1 Dérivées partielles.....	217
c) Surfaces équipotentiels.....	196	IX.2.2 Équation de D'Alembert.....	218
d) Champ et potentiel terrestres à faible altitude.....	197	a) Cas de l'onde progressive.....	218
VIII.2.4 Exemples.....	197	b) Onde régressive.....	219
a) Station spatiale internationale.....	197	IX.3 ONDE PLANE ET ONDE SPHÉRIQUE.....	220
b) Rentrée atmosphérique.....	198	IX.3.1 Surface d'onde.....	220
c) Point équi gravitationnel Terre-Lune.....	199	IX.3.2 Onde plane.....	220
d) Vitesse d'évasion ou de libération.....	199	IX.3.3 Onde sphérique.....	220
e) Trou noir.....	199	IX.4 ONDE PLANE PROGRESSIVE MONOCHROMATIQUE.....	221
f) Marées terrestres.....	200	IX.4.1 Définition.....	221
VIII.3 CHAMP ET POTENTIEL ÉLECTROSTATIQUES.....	201	IX.4.2 Double périodicité.....	222
VIII.3.1 Champ électrostatique.....	201	IX.4.3 Expression complexe.....	222
VIII.3.2 Potentiel électrostatique.....	202	IX.4.4 Fréquence des sons dans la nature.....	223
a) Énergie potentielle électrostatique.....	202	IX.5 ONDES STATIONNAIRES OU VIBRATIONS.....	224
b) Potentiel électrostatique.....	202	IX.5.1 Définition.....	224
VIII.3.3 Relations entre le champ et le potentiel électrostatiques.....	203	IX.5.2 Nature de la solution dans le cas unidimensionnel.....	224
a) Relation intégrale.....	203	IX.5.3 Réalisation d'ondes stationnaires.....	225
b) Relation locale.....	203	IX.5.4 Sélection de modes normaux de vibration.....	225
c) Surfaces équipotentiels.....	203	IX.5.5 Application aux instruments de musique.....	226
VIII.3.4 Propriétés accélératrices du champ électrostatique.....	204	IX.6 EFFET DOPPLER-FIZEAU.....	227
VIII.3.5 Exemples.....	204	IX.6.1 Source immobile et récepteur mobile....	227
a) Champ dans un condensateur plan.....	204	IX.6.2 Source mobile et récepteur immobile....	228
b) Électron dans un canon de microscope électronique.....	205	IX.6.3 Application au radar.....	229
c) Énergies dans un atome d'hydrogène.....	206	a) Radar routier.....	229
d) Énergie électrostatique de la molécule de dioxyde de carbone.....	206	b) Radar météorologique.....	230
		IX.6.4 Application à la dilatation spectrale cosmologique.....	230
		a) Loi de Hubble.....	230
		b) Interprétation.....	230

Leçon 10**ONDES : DÉVELOPPEMENTS.....237****X.1 ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES 238**

X.1.1 Les ondes électromagnétiques
se propagent dans rien 238

X.1.2 Approximation scalaire 239

X.1.3 Spectre électromagnétique 239

a) Ondes radioélectriques 240

b) Micro-ondes ou hyperfréquence 241

c) Domaine infrarouge 241

d) Domaine visible 241

e) Domaine ultraviolet 242

f) Rayonnement X 242

g) Rayonnement γ 243

X.2 ONDES EN PHYSIQUE QUANTIQUE... 243

X.2.1 Hypothèse de Louis De Broglie 243

a) Énoncé 243

b) Relation de De Broglie 244

c) Ordres de grandeur 244

X.2.2 Confirmations expérimentales 244

X.2.3 Équation de Schrödinger 245

a) Équation de Schrödinger des états
stationnaires 245

b) Particule dans un puits d'énergie
potentielle infiniment profond 245

X.3 ONDES MÉCANIQUES 246

X.3.1 Ondes à la surface de l'eau 246

a) Houle 247

b) Ondes capillaires 248

X.3.2 Ondes sismiques 248

a) Ondes de volume 248

b) Ondes de surface 249

c) Échelle de Richter 249

d) Tsunamis 250

X.4 ONDES DE CHOC 250

X.4.1 Ondes de choc en mécanique 250

X.4.2 Effet Cerenkov 251

X.5 ONDES GRAVITATIONNELLES 252**Correction des exercices des travaux dirigés**

Correction des exercices de la leçon 1 259

Correction des exercices de la leçon 2 264

Correction des exercices de la leçon 3 269

Correction des exercices de la leçon 4 273

Correction des exercices de la leçon 5 278

Correction des exercices de la leçon 6 284

Correction des exercices de la leçon 7 288

Correction des exercices de la leçon 8 294

Correction des exercices de la leçon 9 298

Correction des exercices de la leçon 10 302

Outils mathématiques**OM 1 : CALCUL VECTORIEL 307****I.1 ESPACE VECTORIEL 308**

I.1.1 Définition 308

I.1.2 Espace vectoriel euclidien 308

I.1.3 Base d'un espace vectoriel 308

I.2 ESPACE AFFINE 309

I.2.1 Définition 309

I.2.2 Espace métrique 309

I.2.3 Base directe et base indirecte 309

I.3 OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS 310

I.3.1 Produit scalaire 310

a) Expression analytique 310

b) Représentation géométrique 310

I.3.2 Produit vectoriel	311	IV.4 DÉRIVÉE LOGARITHMIQUE	327
a) Définition	311	IV.5 DÉRIVÉE D'UN VECTEUR PAR	
b) Propriétés du produit vectoriel	311	RAPPORT À UN PARAMÈTRE	328
c) Signification géométrique	312	IV.6 DÉRIVÉE D'UN PRODUIT SCALAIRE	
d) Règles de calcul	312	DE DEUX VECTEURS	328
I.3.3 Produit mixte de trois vecteurs dans un		IV.7 DÉRIVÉE D'UN PRODUIT	
espace à trois dimensions	312	VECTORIEL	328
I.3.4 Technique de projection	312	IV.8 APPLICATION AUX	
I.4 AUTRES SYSTÈMES		DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS	329
DE COORDONNÉES	313	IV.8.1 Définition	329
I.4.1 Coordonnées cylindriques	314	IV.8.2 Développement de la fonction	
I.4.2 Coordonnées sphériques	314	exponentielle	329
OM 2 : TRIGONOMÉTRIE	315	IV.8.3 Développement de la fonction cosinus ...	329
II.1 FORMULES DE BASE	316	IV.8.4 Développement de la fonction sinus	330
II.1.1 Duplication	316	IV.8.5 Développement de la fonction $(1+x)^\alpha$..	330
II.1.2 Transformation d'un produit en somme ..	316	OM 5 : FONCTIONS	
II.1.3 Transformation d'une somme en produit .	316	HYPERBOLIQUES	331
II.2 APPLICATION AUX DIAMÈTRES		V.1 DÉFINITION	332
APPARENTS	317	V.2 PROPRIÉTÉS	332
OM 3 : CONIQUES	319	V.3 DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS	333
III.1 DÉFINITION	320	V.3.1 Fonction cosinus hyperbolique	333
III.2 ÉQUATION POLAIRE	320	V.3.2 Fonction sinus hyperbolique	333
III.3 ÉQUATION CARTÉSIENNE	321	OM 6 : NOMBRES COMPLEXES	335
III.3.1 Parabole	321	VI.1 DÉFINITION	336
III.3.2 Ellipse et hyperbole	321	VI.2 FORME CARTÉSIENNE	336
a) Ellipse	322	VI.3 REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE	
b) Hyperbole	322	D'UN NOMBRE COMPLEXE	336
III.4 PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES		VI.4 FORME POLAIRE D'UN NOMBRE	
DES CONIQUES	323	COMPLEXE	337
III.4.1 Parabole	323	VI.5 FORMULES D'EULER	337
III.4.2 Ellipse et hyperbole	323	VI.6 MULTIPLICATION PAR LE NOMBRE	
a) Ellipse	324	COMPLEXE $\exp(j\alpha)$	338
b) Hyperbole	324	OM 7 : MATRICES	339
OM 4 : DÉRIVÉES ET DÉVELOPPE-		VII.1 DÉFINITION	340
MENTS LIMITÉS	325	VII.2 ALGÈBRE DES MATRICES	340
IV.1 DÉRIVÉE D'UNE FONCTION	326	VII.2.1 Matrices particulières	340
IV.1.1 Définition	326	VII.2.2 Matrices égales	340
IV.1.2 Interprétation géométrique	326	VII.2.3 Somme de deux matrices $q \times n$	340
IV.2 DÉRIVÉES PARTIELLES	326	VII.2.4 Multiplication d'une matrice	
IV.3 DÉRIVÉE D'UNE FONCTION		par un nombre	340
COMPOSÉE	327	VII.2.5 Multiplication de deux matrices	341
IV.3.1 Fonction d'une seule variable	327	a) Définition	341
IV.3.2 Fonction de plusieurs variables	327	b) Propriétés du produit matriciel	341

VII.3 DÉTERMINANTS DE MATRICES	
CARRÉES 2×2	341
VII.3.1 Définition	341
VII.3.2 Déterminant de la somme de deux matrices	342
VII.3.3 Déterminant du produit d'une matrice 2×2 par un nombre	342
VII.3.4 Déterminants du produit de deux matrices carrées 2×2	342
OM 8 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	343
VIII.1 ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	
LINÉAIRES	344
VIII.1.1 Équation différentielle linéaire du premier ordre	344
VIII.1.2 Équation différentielle linéaire du deuxième ordre	345
VIII.2 ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES	
NON LINÉAIRES	347
OM 9 : DIFFÉRENTIELLES	349
IX.1 DIFFÉRENTIELLE D'UNE FONCTION	350
IX.1.1 Définition	350
IX.1.2 Exemples	350
IX.1.3 Différentielle logarithmique	350
IX.1.4 Gradient d'une fonction	351
IX.2 SYSTÈMES DE COORDONNÉES	351
IX.2.1 Coordonnées cartésiennes	352
a) Éléments de longueur, de surface et de volume	352
b) Gradient en coordonnées cartésiennes	352
IX.2.2 Coordonnées cylindriques	352
a) Éléments de longueur, de surface et de volume	352
b) Gradient en coordonnées cylindriques	353
IX.2.3 Coordonnées sphériques	353
a) Éléments de longueur, de surface et de volume	353
b) Gradient en coordonnées sphériques	354
IX.3 FORMES DIFFÉRENTIELLES	354
IX.3.1 Définition	354
IX.3.2 Exemple	355
OM 10 : PROBABILITÉS	357
X.1 LANGAGE DES PROBABILITÉS	358
X.1.1 Événements	358
X.1.2 Espace des événements	358
X.1.3 Événements disjoints ou incompatibles ...	358
X.1.4 Événement certain	358
X.2 PROBABILITÉS	359
X.2.1 Axiomes des probabilités de Kolmogorov .	359
X.2.2 Conséquences	359
a) Somme des probabilités de deux événements contraires	359
b) Valeur des probabilités	359
c) Événements équiprobables	359
X.2.3 Probabilité conditionnelle	360
X.2.4 Événements indépendants	360
X.3 VARIABLES ALÉATOIRES	361
X.3.1 Définition	361
X.3.2 Densité de probabilité	361
X.3.3 Fonction cumulative ou fonction de répartition	362
X.3.4 Valeur moyenne et moments d'une variable aléatoire	362
a) Variable aléatoire discrète	362
b) Variable aléatoire continue	362
X.4 LOIS DE PROBABILITÉ	363
X.4.1 Loi binomiale	364
a) Définition	364
b) Moyenne et variance	364
X.4.2 Loi de Poisson ou loi des événements rares	365
a) Définition	365
b) Moyenne et variance	365
X.4.3 Loi normale et loi de Gauss	366